

Résoudre ces inéquations en procédant de la façon suivante :

1. Déterminer la (les) valeur(s) interdite(s)
2. Se ramener à une inéquation dont le second membre est nul.
3. Ecrire toutes les expressions avec le même dénominateur.
4. Etudier le signe de chaque facteur puis dresser un tableau de signe.
5. En déduire l'ensemble des solutions de l'inéquation (en prenant soin d'exclure les valeurs interdites).

a. $\frac{3}{x+1} > \frac{2}{x-1}$

b. $\frac{2}{3x+1} \leq 5$

c. $\frac{3x+1}{6-5x} \geq 2$

d. $\frac{3x+1}{5-2x} \leq -3$

CORRIGE – NOTRE DAME DE LA MERCI - MONTPELLIER

a.
$$\frac{3}{x+1} > \frac{2}{x-1}$$

Valeurs interdites : $x \neq -1$ et $x \neq 1$

Ainsi :
$$\frac{3}{x+1} - \frac{2}{x-1} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{3(x-1)}{(x+1)(x-1)} - \frac{2(x+1)}{(x-1)(x+1)} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{3x-3}{(x+1)(x-1)} - \frac{2x+2}{(x-1)(x+1)} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(3x-3)-(2x+2)}{(x+1)(x-1)} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{3x-3-2x-2}{(x+1)(x-1)} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-5}{(x+1)(x-1)} > 0$$

$$x-5 > 0 \Leftrightarrow x > 5$$

$$x+1 > 0 \Leftrightarrow x > -1 \text{ et } x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$$

x	-1	1	5	
x-5	-	-	- 0 +	
x+1	- 0 +	+	+	
x-1	-	- 0 +	+	
Q(x)	-	+	- 0 +	

$$S =]-1; 1[\cup]5; +\infty[$$

b.
$$\frac{2}{3x+1} \leq 5$$

Valeur interdite : $3x+1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -\frac{1}{3}$

Ainsi :
$$\frac{2}{3x+1} - 5 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{3x+1} - \frac{5(3x+1)}{3x+1} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{3x+1} - \frac{15x+5}{3x+1} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2-(15x+5)}{3x+1} \leq 0 \Leftrightarrow \Leftrightarrow \frac{2-15x-5}{3x+1} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-15x-3}{3x+1} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{3(-5x-1)}{3x+1} \leq 0$$

$$-5x-1 > 0 \Leftrightarrow -5x > 1 \Leftrightarrow x < -\frac{1}{5}$$

$$3x+1 > 0 \Leftrightarrow 3x > -1 \Leftrightarrow x > -\frac{1}{3}$$

x	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{5}$	
-5x-1	+	+ 0 -	
3x+1	- 0 +	+	
$\frac{3(-5x-1)}{3x+1}$	-	+	0 -

$$S =]-\infty; -\frac{1}{3}[\cup]-\frac{1}{5}; +\infty[$$

c.
$$\frac{3x+1}{6-5x} \geq 2$$

Valeur interdite : $x \neq \frac{6}{5}$

Ainsi :
$$\frac{3x+1}{6-5x} - 2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{3x+1}{6-5x} - \frac{2(6-5x)}{6-5x} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{3x+1}{6-5x} - \frac{12-10x}{6-5x} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(3x+1)-(12-10x)}{6-5x} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{3x+1-12+10x}{6-5x} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{13x-11}{6-5x} \geq 0$$

d.
$$\frac{3x+1}{5-2x} \leq -3$$

Valeur interdite : $5-2x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{5}{2}$

Ainsi :
$$\frac{3x+1}{5-2x} + 3 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{3x+1}{5-2x} + \frac{3(5-2x)}{5-2x} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{3x+1}{5-2x} + \frac{15-6x}{5-2x} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{3x+1+15-6x}{5-2x} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-3x+16}{5-2x} \leq 0$$

$$13x - 11 > 0 \Leftrightarrow 13x > 11 \Leftrightarrow x > \frac{11}{13}$$

$$6 - 5x > 0 \Leftrightarrow -5x > -6 \Leftrightarrow x < \frac{6}{5}$$

x	$\frac{11}{13}$		$\frac{6}{5}$	
$13x - 11$	-	0	+	+
$6 - 5x$	+		+	0
$\frac{13x - 11}{6 - 5x}$	-		+	0

$$S = \left] \frac{11}{13}; \frac{6}{5} \right]$$

$$-3x + 16 > 0 \Leftrightarrow -3x > -16 \Leftrightarrow x < \frac{16}{3}$$

$$5 - 2x > 0 \Leftrightarrow -2x > -5 \Leftrightarrow x < \frac{5}{2}$$

x	$\frac{5}{2}$		$\frac{16}{3}$	
$-3x + 16$	+		+	0
$5 - 2x$	+	0	-	-
$\frac{-3x + 16}{5 - 2x}$	+		-	0

$$S = \left] \frac{5}{2}; \frac{16}{3} \right]$$