Contrôle CORRIGE

Exercice 1 :

Résoudre les équations :

$$\frac{1}{x+1}=-\frac{2}{x-3} \qquad 4-x^2=x+2 \qquad (x+2)^2-9=0$$

$$\frac{36-x^2}{6-x}=0 \qquad \frac{1}{x^2-8}=1 \qquad \frac{3}{2x-1}-\frac{1}{x-3}=0$$

$$\frac{1}{x^2-8}=\frac{1}{x^2+2x+2} \qquad \sqrt{2x+3}=2\sqrt{x-5} \qquad x\sqrt{2}-1=x+2$$

Exercice 2 :

a) Montrer que pour tout nombre réel x, on a : $x^2+4x-5=(x+2)^2-9$

b) Résoudre alors l'´equation : $x^2+4x-5=0$

Exercice 3 :

a) Montrer que pour tout nombre réel x, on a : $x^4-20x^2+64=\left(x^2-10\right)^2-36$

b) Résoudre alors l'´equation : $x^4-20x^2+64=0$

Exercice 4 :

La durée T, en secondes, d'un battement d'un pendule de longueur L, en mètres, est donnée par la formule :

$$\mathrm{T}=2\pi\sqrt{\frac{\mathrm{L}}{9{,}8}}$$

Calculer L, à 10^{-2} près, pour que la durée d'un battement soit de une seconde.

CORRIGE – La Merci – Montpellier – M. QUET

Exercice 1 : Résoudre les équations :

$$\frac{1}{x+1}=-\frac{2}{x-3}$$

Valeurs interdites : -1 et 3

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x+1}+\frac{2}{x-3}=0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-3}{(x+1)(x-3)}+\frac{2(x+1)}{(x-3)(x+1)}=0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-3+2x+2}{(x+1)(x-3)}=0$$

$$\Leftrightarrow \frac{3x-1}{(x+1)(x-3)}=0$$

$$\Leftrightarrow 3x-1=0$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{1}{3}$$

$\frac{1}{3}$ n'est pas une valeur interdite

$$S=\left\{\frac{1}{3}\right\}$$

$$4-x^2=x+2$$

$$\Leftrightarrow 2^2-x^2=x+2$$

$$\Leftrightarrow (2-x)(2+x)=x+2$$

$$\Leftrightarrow (2-x)(2+x)-(x+2)\times 1=0$$

$$\Leftrightarrow (2-x)(2+x)-(x+2)\times 1=0$$

$$\Leftrightarrow (2+x)\left[(2-x)-1\right]=0$$

$$\Leftrightarrow (2+x)(1-x)=0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2+x=0 \\ ou \\ 1-x=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ ou \\ x=1 \end{cases}$$

$$S=\{-2;1\}$$

$$(x+2)^2-9=0$$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2-3^2=0$$

$$\Leftrightarrow (x+2+3)(x+2-3)=0$$

$$\Leftrightarrow (x+5)(x-1)=0$$

$$\Leftrightarrow (x+5)(x-1)=0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+5=0 \\ ou \\ x-1=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=-5 \\ ou \\ x=1 \end{cases}$$

$$S=\{-5;1\}$$

$$\frac{36-x^2}{6-x}=0$$

Valeur interdite : 6

$$36-x^2=0$$

$$\Leftrightarrow 36=x^2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=6 \\ ou \\ x=-6 \end{cases}$$

Or 6 est une valeur interdite

$$S=\{-6\}$$

$$\frac{1}{x^2-8}=1$$

Valeur interdite : $x^2\neq 8$

$$\frac{1}{x^2-8}-1=0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x^2-8}-\frac{x^2-8}{x^2-8}=0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1-x^2+8}{x^2-8}=0$$

$$\Leftrightarrow \frac{9-x^2}{x^2-8}=0$$

$$\Leftrightarrow 9-x^2=0$$

$$\frac{3}{2x-1}-\frac{1}{x-3}=0$$

Valeurs interdites : $\frac{1}{2}$ et 3

$$\frac{3(x-3)}{(2x-1)(x-3)}-\frac{1(2x-1)}{(x-3)(2x-1)}=0$$

$$\Leftrightarrow \frac{3x-9-(2x-1)}{(2x-1)(x-3)}=0$$

$$\Leftrightarrow \frac{3x-9-2x+1}{(2x-1)(x-3)}=0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-8}{(2x-1)(x-3)}=0$$

$$\Leftrightarrow x-8=0$$

$\Leftrightarrow \quad 9 = x^2$

$\Leftrightarrow \quad \begin{cases} x = 3 \\ ou \\ x = -3 \end{cases}$

3 et -3 ne sont pas des valeurs interdites

$S = \{-3;3\}$

$\Leftrightarrow \quad x = 8$

8 n'est pas une valeur interdite

$S = \{8\}$

$$\frac{1}{x^2-8} = \frac{1}{x^2+2x+2}$$

Valeurs interdites :

$x^2+2x+2 = x^2+2x+1^2+1$

$\qquad = (x+1)^2+1$

Donc $x^2+2x+2 > 0$

Et il faut que $x^2-8 \neq 0$

Soit : $x^2 \neq 8$

Soit : $\begin{cases} x \neq \sqrt{8} \\ et \\ x \neq -\sqrt{8} \end{cases}$

Résolution :

$$\frac{1}{x^2-8} - \frac{1}{x^2+2x+2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x^2+2x+2)-(x^2-8)}{(x^2-8)(x^2+2x+2)} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2+2x+2-x^2+8}{(x^2-8)(x^2+2x+2)} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x+10}{(x^2-8)(x^2+2x+2)} = 0$$

$\Leftrightarrow 2x+10 = 0$

$\Leftrightarrow 2x = -10$

$$\sqrt{2x+3} = 2\sqrt{x-5}$$

$\begin{cases} 2x+3 \geq 0 \\ et \\ x-5 \geq 0 \end{cases}$

$\begin{cases} 2x \geq -3 \\ et \\ x \geq 5 \end{cases}$

$\begin{cases} x \geq -\dfrac{3}{2} \\ et \\ x \geq 5 \end{cases}$

donc $x \geq 5$

$$\left(\sqrt{2x+3}\right)^2 = \left(2\sqrt{x-5}\right)^2$$

$\Leftrightarrow \quad 2x+3 = 4(x-5)$

$\Leftrightarrow \quad 2x+3 = 4x-20$

$\Leftrightarrow \quad 2x+3+20 = 4x$

$\Leftrightarrow \quad 23 = 4x-2x$

$\Leftrightarrow \quad 23 = 2x$

$$x\sqrt{2}-1 = x+2$$

$\Leftrightarrow \quad x\sqrt{2}-1-x = 2$

$\Leftrightarrow \quad x\sqrt{2}-x = 2+1$

$\Leftrightarrow \quad x\times\sqrt{2}-x\times 1 = 3$

$\Leftrightarrow \quad x\times\left(\sqrt{2}-1\right) = 3$

$\Leftrightarrow \quad x = \dfrac{3}{\sqrt{2}-1}$

$\Leftrightarrow \quad x = \dfrac{3}{\sqrt{2}-1}\times\dfrac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1}$

$\Leftrightarrow \quad x = \dfrac{3\left(\sqrt{2}+1\right)}{\left(\sqrt{2}-1\right)\left(\sqrt{2}+1\right)}$

$\Leftrightarrow \quad x = \dfrac{3\sqrt{2}+3}{\left(\sqrt{2}\right)^2-1^2}$

$\Leftrightarrow \quad x = \dfrac{3\sqrt{2}+3}{2-1}$

$\Leftrightarrow \quad x = 3\sqrt{2}+3$

$S = \left\{3\sqrt{2}+3\right\}$

$\Leftrightarrow x=-\frac{10}{2}=-5$

-5 n'est pas une valeur interdite

$S=\{-5\}$

$\Leftrightarrow \quad x=\frac{23}{2}$

$\frac{23}{2}\geq 5$

$S=\left\{\frac{23}{2}\right\}$

Exercice 2 :

a) Pour tout nombre réel x, on a : $(x+2)^2-9=x^2+4x+4-9=x^2+4x-5$

b) Donc l'´equation : $x^2+4x-5=0 \Leftrightarrow (x+2)^2-9=0 \Leftrightarrow (x+2)^2-3^2=0$

$$\Leftrightarrow (x+2+3)(x+2-3)=0 \Leftrightarrow (x+5)(x-1)=0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+5=0 \\ ou \\ x-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-5 \\ ou \\ x=1 \end{cases} \rightarrow S=\{-5;1\}$$

Exercice 3 :

a) Pour tout nombre réel x, on a : $(x^2-10)^2-36=(x^2)^2-20x^2+100-36=-36=x^4-20x^2+64$

b) Donc l'´equation : $x^4-20x^2+64=0 \Leftrightarrow (x^2-10)^2-36=0 \Leftrightarrow (x^2-10)^2-6^2=0$

$$\Leftrightarrow (x^2-10+6)(x^2-10-6)=0 \Leftrightarrow (x^2-4)(x^2-16)=0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2-4=0 \\ ou \\ x^2-16=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2=4 \\ ou \\ x^2=16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \ ou \ x=-2 \\ ou \\ x=4 \ ou \ x=-4 \end{cases}$$

$$S=\{-4;-2;2;4\}$$

Exercice 4 :

La durée T, en secondes, d'un battement d'un pendule de longueur L, en mètres, est donnée par la formule :

$$\mathrm{T}=2\pi\sqrt{\frac{\mathrm{L}}{9,8}}$$

Calculer L, à 10^{-2} près, pour que la durée d'un battement soit de une seconde.

→on veut que T = 1 donc on doit résoudre l'équation :

$$2\pi\sqrt{\frac{\mathrm{L}}{9,8}}=1 \Leftrightarrow \frac{2\pi\sqrt{\frac{\mathrm{L}}{9,8}}}{2\pi}=\frac{1}{2\pi} \Leftrightarrow \sqrt{\frac{\mathrm{L}}{9,8}}=\frac{1}{2\pi} \Leftrightarrow \left(\sqrt{\frac{\mathrm{L}}{9,8}}\right)^2=\left(\frac{1}{2\pi}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{\mathrm{L}}{9,8}=\frac{1}{4\pi^2} \Leftrightarrow \frac{\mathrm{L}}{9,8}\times 9,8=\frac{1}{4\pi^2}\times 9,8 \Leftrightarrow \mathrm{L}=\frac{9,8}{4\pi^2}\simeq 0,25\,\mathrm{m}$$