

Contrôle sur les vecteurs – Partie graphique

Exercice 1 : Sur votre copie en justifiant vos réponses avec soin

1. Compléter les égalités vectorielles sur votre copie en justifiant vos réponses avec soin :

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BM} + \dots + \overrightarrow{FL} + \dots$$

$$\overrightarrow{GC} = \overrightarrow{JV} + \dots + \overrightarrow{C} + \overrightarrow{A} \dots$$

2. Exprimer le vecteur \vec{u} en fonction de \overrightarrow{EF} et \overrightarrow{EG} .

$$\vec{u} = 2\overrightarrow{FE} - 3\overrightarrow{EG} + 4\overrightarrow{FG}$$

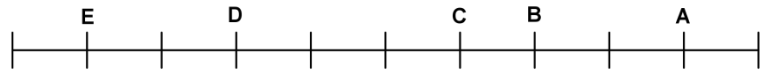
Exercice 2 : Compléter sur cette feuille

$$\overrightarrow{AB} = \dots \overrightarrow{EB}$$

$$\overrightarrow{AE} = \dots \overrightarrow{CB}$$

$$\overrightarrow{BD} = \dots \overrightarrow{EA}$$

$$\overrightarrow{CD} = \dots \overrightarrow{AE}$$



Exercice 3 : Compléter sur cette feuille

Voici ci-dessous un hexagone régulier ABCDEF de centre O. En utilisant les propriétés de cet hexagone et en utilisant uniquement les points de la figure, exprimer les vecteurs suivants à l'aide d'un seul vecteur (ex. $\overrightarrow{OF} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OE}$).

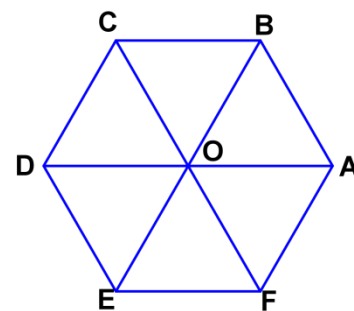
$$\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{FE} = \dots$$

$$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} = \dots$$

$$\overrightarrow{EO} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{FA} = \dots$$

$$= \dots$$

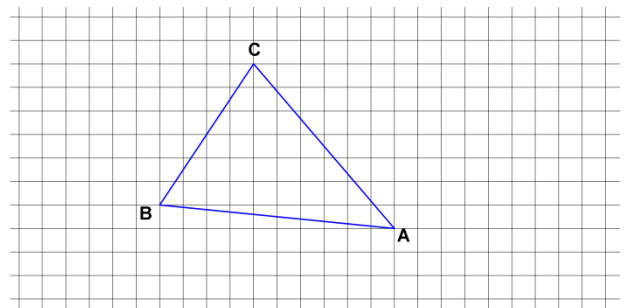
$$\overrightarrow{DB} - \overrightarrow{EF} = \dots$$



Exercice 4 :

ABC est un triangle.

- 1) Sur le dessin ci-contre, placer les points M et N tels que $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{NA} = \overrightarrow{AB}$.
- 2) I est le point tel que $2\overrightarrow{IB} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$.
Montrer que I est le milieu du segment [AC].
- 3) Les points M, I et N sont-ils alignés ?



Exercice 5 :

- 1) ABCD est un parallélogramme de centre I.

a) Montrer que $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \vec{0}$.

b) En déduire que pour tout point M : $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CM} + \overrightarrow{DM} = 4\overrightarrow{IM}$

- 2) Tracer un segment [AB] tel que AB = 5 cm. Placer les points M et N, en vous justifiant, tels que :

a) $3\overrightarrow{AM} + 2\overrightarrow{BM} = \vec{0}$

b) $2\overrightarrow{AN} - 3\overrightarrow{BN} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

CORRIGE - Notre Dame de La Merci – Montpellier**Exercice 1 :** Sur votre copie en justifiant vos réponses avec soin

1. $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MF} + \overrightarrow{FL} + \overrightarrow{LC}$ $\overrightarrow{GC} = \overrightarrow{JV} + \overrightarrow{GJ} + \overrightarrow{VC} + \overrightarrow{AA}$

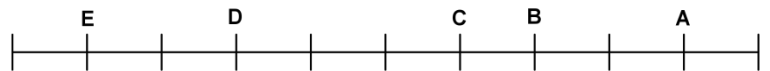
2. Exprimer le vecteur \overrightarrow{u} en fonction de \overrightarrow{EF} et \overrightarrow{EG} .

$$\begin{aligned} \overrightarrow{u} &= 2\overrightarrow{FE} - 3\overrightarrow{EG} + 4\overrightarrow{FG} \\ &= -2\overrightarrow{EF} - 3\overrightarrow{EG} + 4(\overrightarrow{FE} + \overrightarrow{EG}) \\ &= -2\overrightarrow{EF} - 3\overrightarrow{EG} + 4\overrightarrow{FE} + 4\overrightarrow{EG} \\ &= -2\overrightarrow{EF} - 3\overrightarrow{EG} - 4\overrightarrow{EF} + 4\overrightarrow{EG} \\ &= -6\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{EG} \end{aligned}$$

Exercice 2 : Compléter sur cette feuille

$$\overrightarrow{AB} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{EB} \quad \overrightarrow{AE} = -8\overrightarrow{CB}$$

$$\overrightarrow{BD} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{EA} \quad \overrightarrow{CD} = \frac{3}{8}\overrightarrow{AE}$$

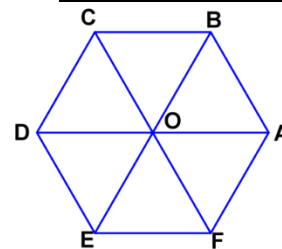
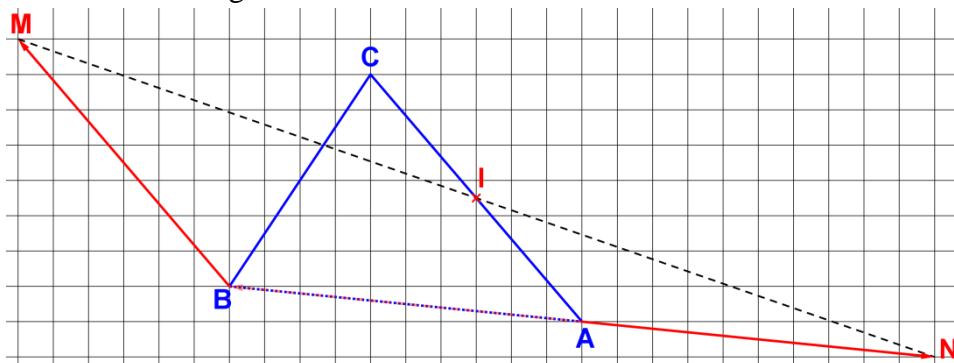
**Exercice 3 :** Compléter sur cette feuilleVoici ci-dessous un hexagone régulier ABCDEF de centre O. En utilisant les propriétés de cet hexagone et en utilisant uniquement les points de la figure, exprimer les vecteurs suivants à l'aide d'un seul vecteur.

$$\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OC}$$

$$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{OB}$$

$$\overrightarrow{EO} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{FA} = \overrightarrow{EO} + \overrightarrow{OF} + \overrightarrow{FA} = \overrightarrow{EA}$$

$$\overrightarrow{DB} - \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DC}$$

**Exercice 4 :** ABC est un triangle.1) Placer les points M et N tels que $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{NA} = \overrightarrow{AB}$ soit $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{BA}$.2) I est le point tel que $2\overrightarrow{IB} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$.Montrer que I est le milieu du segment $[AC]$ \rightarrow il faut comparer \overrightarrow{AI} avec \overrightarrow{IC} ou \overrightarrow{AC} :

$$2\overrightarrow{IB} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$$

$$2(\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AB}) = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB}$$

$$2\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB}$$

$$2 \vec{IA} = \vec{AB} + \vec{CB} - 2 \vec{AB}$$

$$2 \vec{IA} = \vec{CB} - \vec{AB}$$

$$2 \vec{IA} = \vec{CB} + \vec{BA}$$

$$2 \vec{IA} = \vec{CA} \quad \text{ou} \quad \vec{IA} = \frac{1}{2} \vec{CA} \quad \rightarrow \text{ainsi } I \text{ est le milieu du segment } [AC]$$

3) Les points M, I et N sont-ils alignés ? \rightarrow il faut comparer \vec{MN} avec \vec{MI} ou \vec{IN} :

$$\vec{MN} = \vec{MA} + \vec{AN} = \vec{BA} + \vec{CA} + \vec{BA} \quad \text{et on voit que ceci ne marchera pas car il n'y a pas de } \vec{MI}.$$

Autre proposition :

$$\vec{MN} = \vec{MI} + \vec{IN} = \vec{MI} + \vec{IA} + \vec{AN} \quad \text{or } \vec{IA} = \frac{1}{2} \vec{CA} \quad \text{et } \vec{AN} = \vec{BA} \quad \text{donc } \vec{MN} = \vec{MI} + \frac{1}{2} \vec{CA} + \vec{BA}$$

Et ce calcul ne donne pas plus de satisfaction. Donc **il faut raisonner autrement**, et que voit-on ?

$$\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{AM} \quad \text{donc le } \textbf{quadrilatère } ABMC \textbf{ est un parallélogramme} \text{ et } \vec{MC} = \vec{BA}.$$

Ainsi :

$$\vec{MI} = \vec{MC} + \vec{CI} = \vec{BA} + \vec{CI} = \vec{AN} + \vec{IA} = \vec{IA} + \vec{AN} = \vec{IN}$$

Les points M, I et N sont-ils alignés et I est le milieu de $[MN]$.

Exercice 5 :

1) ABCD est un parallélogramme de centre I.

a) Montrer que $\vec{IA} + \vec{IB} + \vec{IC} + \vec{ID} = \vec{0}$.

Dans un parallélogramme, les diagonales se coupent en leur milieu :

$$\vec{IC} = \vec{AI} \quad \text{et} \quad \vec{ID} = \vec{BI}$$

Donc :

$$\vec{IA} + \vec{IB} + \vec{IC} + \vec{ID} = \vec{IA} + \vec{IB} + \vec{AI} + \vec{BI} = \vec{0}$$

b) En déduire que pour tout point M : $\vec{AM} + \vec{BM} + \vec{CM} + \vec{DM} = 4 \vec{IM}$

$$\begin{aligned} \vec{AM} + \vec{BM} + \vec{CM} + \vec{DM} &= \vec{AI} + \vec{IM} + \vec{BI} + \vec{IM} + \vec{CI} + \vec{IM} + \vec{DI} + \vec{IM} \\ &= \vec{AI} + \vec{BI} + \vec{CI} + \vec{DI} + \vec{IM} + \vec{IM} + \vec{IM} + \vec{IM} = \vec{0} + 4 \vec{IM} = 4 \vec{IM} \end{aligned}$$

2) Tracer un segment $[AB]$ tel que $AB = 5 \text{ cm}$. Placer les points M et N, en vous justifiant, tels que :

a) $3 \vec{AM} + 2 \vec{BM} = \vec{0}$

$$3 \vec{AM} + 2(\vec{BA} + \vec{AM}) = \vec{0}$$

$$3 \vec{AM} + 2 \vec{BA} + 2 \vec{AM} = \vec{0}$$

$$5 \vec{AM} = -2 \vec{BA}$$

$$\vec{AM} = \frac{2}{5} \vec{AB}$$

b) $2 \vec{AN} - 3 \vec{BN} = \frac{3}{2} \vec{AB}$

$$2 \vec{AN} - 3(\vec{BA} + \vec{AN}) = \frac{3}{2} \vec{AB}$$

$$2 \vec{AN} - 3 \vec{BA} - 3 \vec{AN} = \frac{3}{2} \vec{AB}$$

$$-\vec{AN} = \frac{3}{2} \vec{AB} + 3 \vec{BA}$$

$$-\vec{AN} = \frac{3}{2} \vec{AB} - \frac{6}{2} \vec{AB}$$

$$-\vec{AN} = -\frac{3}{2} \vec{AB}$$

$$\vec{AN} = \frac{3}{2} \vec{AB}$$

