2nde Notre Dame de La Merci

Interrogation de Mathématiques – sujet A

<u>Exercice 1 :</u>

Trouver l'expression de la fonction affine vérifiant $f(-3)=5$ et $f(4)=-7$.

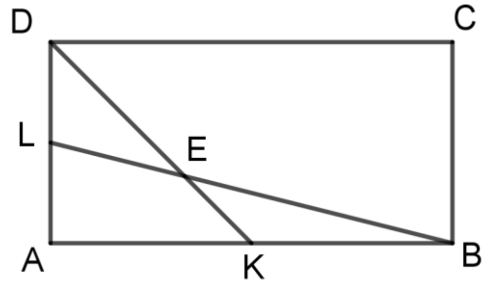
<u>Exercice 2 :</u> Résoudre les inéquations suivantes :

a) $(5-3x)^2<(2x+7)^2$ **b)** $\dfrac{2-5x}{3x+7}\geq 3$

<u>Exercice 3 :</u>

ABCD est un rectangle tel que AB = 10 et AD = 4.
On note K le milieu de [AB] et L celui de [AD].

Quelle conjecture pouvez-vous émettre concernant les points A, C et E ?
La démontrer en utilisant un repère d'origine A.



2nde Notre Dame de La Merci

Interrogation de Mathématiques – sujet B

<u>Exercice 1 :</u> *(3 points)*

Trouver l'expression de la fonction affine vérifiant $f(-7)=-1$ et $f(3)=-4$.

<u>Exercice 2 :</u> *(3 points)*

Résoudre l'inéquation : $\dfrac{5x+2}{3x-7}\leq 0$

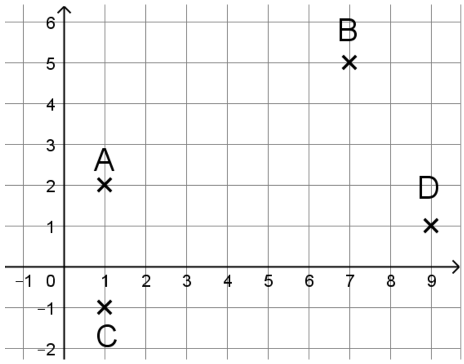
<u>Exercice 3 :</u> *(10 points)*

Résoudre les inéquations suivantes :

a) $\dfrac{x+1}{2x+4}\geq 5$ **b)** $(3+2x)^2\geq(7-3x)^2$

<u>Exercice 4 :</u> *(4 points)*

On considère quatre points A, B, C et D ci-dessous représentés dans un repère orthonormé.



Déterminer de manière très précise les coordonnées du point d'intersection des droites (AB) et (CD).

Interrogation de Mathématiques – Sujet A – CORRIGE

Exercice 1 :

Trouver l'expression de la fonction affine vérifiant $f(-3)=5$ *et* $f(4)=-7$.

L'expression réduite d'une droite est de la forme :

$$f(x)=ax+b \text{ avec } a=\frac{f(-3)-f(4)}{-3-4}=\frac{5-(-7)}{-7}=\frac{12}{-7}=-\frac{12}{7}.$$

L'équation devient : $f(x)=-\frac{12}{7}x+b$.

En utilisant la relation $f(-3)=5$, on obtient :

$$-\frac{12}{7}\times(-3)+b=5 \Leftrightarrow \frac{36}{7}+b=5 \Leftrightarrow b=5-\frac{36}{7}=-\frac{1}{7}$$

L'équation cherchée est : $f(x)=-\frac{12}{7}x-\frac{1}{7}$.

Exercice 2 :

Résoudre les inéquations suivantes :

a) $(5-3x)^2<(2x+7)^2 \Leftrightarrow (5-3x)^2-(2x+7)^2<0 \Leftrightarrow [(5-3x)+(2x+7)][(5-3x)-(2x+7)]<0$

$$\Leftrightarrow [5-3x+2x+7][5-3x-2x-7]<0 \Leftrightarrow (12-x)(-5x-2)<0$$

$$12-x>0 \Leftrightarrow -x>-12 \Leftrightarrow -x\times(-1)<-12\times(-1) \Leftrightarrow x<12$$

$$-5x-2>0 \Leftrightarrow -5x>2 \Leftrightarrow x<\frac{2}{-5} \Leftrightarrow x<-\frac{2}{5}$$

x	$-\infty$		$-\frac{2}{5}$		12		$+\infty$
$12-x$		$+$		$+$	0	$-$	
$-5x-2$		$+$	0	$-$		$-$	
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$$S=\left]-\frac{2}{5};12\right[$$

b) $\frac{2-5x}{3x+7}\geq 3$ → valeur interdite : il faut que $3x+7\neq 0 \Leftrightarrow 3x\neq -7 \Leftrightarrow x\neq -\frac{7}{3}$.

$$\frac{2-5x}{3x+7}\geq 3 \Leftrightarrow \frac{2-5x}{3x+7}-3\geq 0 \Leftrightarrow \frac{2-5x}{3x+7}-\frac{3(3x+7)}{3x+7}\geq 0 \Leftrightarrow \frac{2-5x}{3x+7}-\frac{9x+21}{3x+7}\geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2-5x-(9x+21)}{3x+7}\geq 0 \Leftrightarrow \frac{2-5x-9x-21}{3x+7}\geq 0 \Leftrightarrow \frac{-14x-19}{3x+7}\geq 0$$

$$-14x-19>0 \Leftrightarrow -14x>19 \Leftrightarrow \frac{-14x}{-14}<\frac{19}{-14} \Leftrightarrow x<-\frac{19}{14}$$

$$3x+7>0 \Leftrightarrow 3x>-7 \Leftrightarrow x>-\frac{7}{3}$$

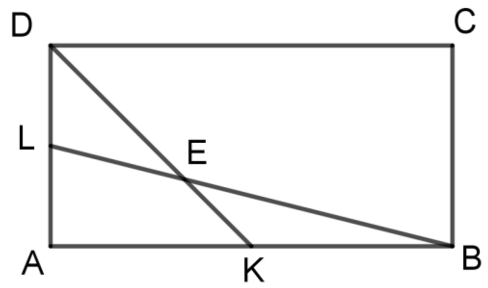
x	$-\infty$		$-\frac{7}{3}$		$-\frac{19}{14}$		$+\infty$
$-14x-19$		$+$	‖	$+$	0	$-$	
$3x+7$		$-$	‖	$+$		$+$	
$Q(x)$		$-$	‖	$+$	0	$-$	

→ $S=\left]-\frac{7}{3};-\frac{19}{14}\right]$.

Exercice 3 :

ABCD est un rectangle tel que AB = 10 et AD = 4.
On note K le milieu de [AB] et L celui de [AD].

Quelle conjecture pouvez-vous émettre concernant les points A, C et E ?
La démontrer en utilisant un repère d'origine A.



Il semblerait que les points A, E et C soient alignés.

On définit un repère orthonormé d'origine A tel que les coordonnées de B, C et D soient :

$$\mathrm{B}(10;0),\ \mathrm{C}(10;4) \text{ et } \mathrm{D}(0;4).$$

On obtient les points suivants :

$$\mathrm{K}(5;0) \text{ et } \mathrm{L}(0;2).$$

L'équation de la droite (BL) est de la forme $y = ax + b$ avec :

$$a = \frac{y_{\mathrm{L}} - y_{\mathrm{B}}}{x_{\mathrm{L}} - x_{\mathrm{B}}} = \frac{2-0}{0-10} = -\frac{1}{5}.$$

→l'équation cherchée devient : $y = -\frac{1}{5}x + b$

or le point B appartient à la droite (BL) donc :

$$y_{\mathrm{B}} = -\frac{1}{5}x_{\mathrm{B}} + b \iff 0 = -\frac{1}{5}\times 10 + b \iff 0 = -2 + b \iff 2 = b \iff b = 2$$

ainsi l'équation réduite de la droite (BL) est $y = -\frac{1}{5}x + 2$.

L'équation de la droite (DK) est de la forme $y = ax + b$ avec :

$$a = \frac{y_{\mathrm{K}} - y_{\mathrm{D}}}{x_{\mathrm{K}} - x_{\mathrm{D}}} = \frac{0-4}{5-0} = -\frac{4}{5}.$$

→l'équation cherchée devient : $y = -\frac{4}{5}x + b$

or le point d appartient à la droite (DK) donc :

$$y_{\mathrm{D}} = -\frac{4}{5}x_{\mathrm{D}} + b \iff 4 = -\frac{4}{5}\times 0 + b \iff 4 = b \iff b = 4$$

ainsi l'équation réduite de la droite (DK) est $y = -\frac{4}{5}x + 4$.

Le point d'intersection E entre les droites (BL) et (DK) vérifie :

$$\begin{cases} y_{\mathrm{E}} = -\frac{1}{5}x_{\mathrm{E}} + 2 \\ y_{\mathrm{E}} = -\frac{4}{5}x_{\mathrm{E}} + 4 \end{cases} \iff -\frac{1}{5}x_{\mathrm{E}} + 2 = -\frac{4}{5}x_{\mathrm{E}} + 4 \iff -\frac{1}{5}x_{\mathrm{E}} + \frac{4}{5}x_{\mathrm{E}} = 4 - 2 \iff \frac{3}{5}x_{\mathrm{E}} = 2$$

$$\iff \frac{\frac{3}{5}x_{\mathrm{E}}}{\frac{3}{5}} = \frac{2}{\frac{3}{5}} \iff x_{\mathrm{E}} = 2\times\frac{5}{3} = \frac{10}{3}.$$

La droite (BL) donne :

$$y_E = -\frac{1}{5}x_E + 2 = -\frac{1}{5}\times\frac{10}{3} + 2 = -\frac{2}{3} + \frac{6}{3} = \frac{4}{3}.$$

Les coordonnées du point E sont :

$$E\left(\frac{10}{3};\frac{4}{3}\right).$$

L'équation de la droite linéaire (AC) est de la forme $y = ax$ avec :

$$y_C = ax_C \quad\Leftrightarrow\quad 4 = a\times 10 \quad\Leftrightarrow\quad \frac{4}{10} = a \quad\Leftrightarrow\quad a = \frac{2}{5}.$$

→on obtient : $y = \frac{2}{5}x$.

Les coordonnées de E vérifient-elles l'équation de la droite (AC) ?

$$\frac{2}{5}x_E = \frac{2}{5}\times\frac{10}{3} = \frac{4}{3} = y_E.$$

Le point E appartient à la droite (AC) et les points A, C et E sont alignés.

2^{nde} 2 Notre Dame de La Merci Jeudi 11 mars 2021

Interrogation de Mathématiques – Sujet B – CORRIGE

Exercice 1 : *(3 points)*

Trouver l'expression de la fonction affine vérifiant $f(-7)=-1$ *et* $f(3)=-4$.

Nous cherchons une expression de la forme $f(x)=ax+b$ telle que :

$$a=\frac{f(-7)-f(3)}{-7-3}=\frac{-1-(-4)}{-10}=\frac{-1+4}{-10}=\frac{3}{-10}=-\frac{3}{10}$$

L'expression cherchée est de la forme $f(x)=-\frac{3}{10}x+b$.

Or $f(-7)=-1$ donc :

$$f(-7)=-1 \Leftrightarrow -\frac{3}{10}\times(-7)+b=-1 \Leftrightarrow \frac{21}{10}+b=-1 \Leftrightarrow b=-1-\frac{21}{10}=-\frac{10}{10}-\frac{21}{10}=-\frac{31}{10}$$

L'expression de la fonction affine cherchée est :

$$f(x)=-\frac{3}{10}x-\frac{31}{10}.$$

Exercice 2 : *(3 points)*

Résoudre l'inéquation : $\frac{5x+2}{3x-7}\le 0$

Valeur interdite : $3x-7=0 \Leftrightarrow 3x=7 \Leftrightarrow x=\frac{7}{3}$

$$5x+2>0 \Leftrightarrow 5x>-2 \Leftrightarrow x>-\frac{2}{5} \quad \text{et} \quad 3x-7>0 \Leftrightarrow 3x>7 \Leftrightarrow x>\frac{7}{3}$$

x	$-\infty$		$-\frac{2}{5}$		$\frac{7}{3}$		$+\infty$
$5x+2$		$-$	0	$+$	$\Vert$	$+$	
$3x-7$		$-$		$-$	$\Vert$	$+$	
$Q(x)$		$+$	0	$-$	$\Vert$	$+$	

On doit résoudre $\frac{5x+2}{3x-7}\le 0$ donc $S=\left[-\frac{2}{5};\frac{7}{3}\right[$.

Exercice 3 : *(10 points)*

a) $\frac{x+1}{2x+4}\ge 5$ Valeur interdite : $2x+4=0 \Leftrightarrow 2x=-4 \Leftrightarrow x=\frac{-4}{2}=-2$

$$\frac{x+1}{2x+4}\ge 5 \Leftrightarrow \frac{x+1}{2x+4}-5\ge 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+1}{2x+4}-\frac{5\times(2x+4)}{2x+4}\ge 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+1}{2x+4}-\frac{10x+20}{2x+4}\ge 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x+1)-(10x+20)}{2x+4}\ge 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+1-10x-20}{2x+4}\ge 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-9x-19}{2x+4} \geq 0$$

$$-9x-19>0 \Leftrightarrow -9x>19 \Leftrightarrow \frac{-9x}{-9}<\frac{19}{-9} \Leftrightarrow x<-\frac{19}{9}$$

$$2x+4>0 \Leftrightarrow 2x>-4 \Leftrightarrow \frac{2x}{2}>\frac{-4}{2} \Leftrightarrow x>-2$$

x	$-\infty$		$-\frac{19}{9}$		-2		$+\infty$
$-9x-19$		$+$	0	$-$		$-$	
$2x+4$		$-$		$-$	0	$+$	
$Q(x)$		$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	

On doit résoudre $\frac{-9x-19}{2x+4} \geq 0$ donc $S=\left[-\frac{19}{9};-2\right[$.

b) $(3+2x)^2 \geq (7-3x)^2 \Leftrightarrow (3+2x)^2-(7-3x)^2 \geq 0$

$$\Leftrightarrow \left[(3+2x)+(7-3x)\right]\times\left[(3+2x)-(7-3x)\right] \geq 0$$

$$\Leftrightarrow [3+2x+7-3x]\times[3+2x-7+3x] \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (10-x)(5x-4) \geq 0$$

$$10-x>0 \Leftrightarrow -x>-10 \Leftrightarrow -x\times(-1)>-10\times(-1) \Leftrightarrow x<10$$

$$5x-4>0 \Leftrightarrow 5x>4 \Leftrightarrow \frac{5x}{5}>\frac{4}{5} \Leftrightarrow x>\frac{4}{5}$$

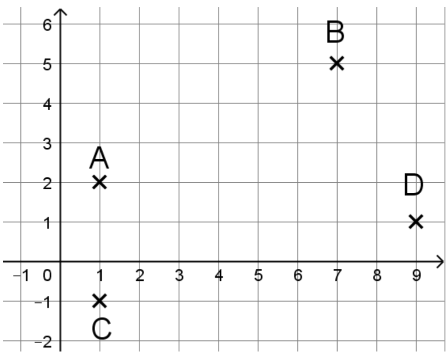
x	$-\infty$		$\frac{4}{5}$		10		$+\infty$
$10-x$		$+$		$+$	0	$-$	
$5x-4$		$-$	0	$+$		$+$	
$Q(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

On doit résoudre $(10-x)(5x-4) \geq 0$ donc $S=\left[\frac{4}{5};10\right]$.

Exercice 4 : *(4 points)*

On considère quatre points A, B, C et D ci-dessous représentés dans un repère orthonormé.

Déterminer de manière très précise les coordonnées du point d'intersection des droites (AB) et (CD).



Les coordonnées des points sont :

$\mathrm{A}(1;2)$, $\mathrm{B}(7;5)$, $\mathrm{C}(1;-1)$ et $\mathrm{D}(9;1)$.

L'équation de la droite (AB) est de la forme $y=ax+b$ telle que :

$$a=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\frac{5-2}{7-1}=\frac{3}{6}=\frac{\boxed{3}\times1}{\boxed{3}\times2}=\frac{1}{2}$$

L'expression cherchée est de la forme $y=\frac{1}{2}x+b$.

Or $\mathrm{A}\in(\mathrm{AB})$ donc :

$$y_A = \frac{1}{2}x_A + b \iff 2 = \frac{1}{2}\times 1 + b \iff 2 = \frac{1}{2} + b \iff 2 - \frac{1}{2} = b \iff \frac{4}{2} - \frac{1}{2} = b \iff \frac{3}{2} = b$$

L'équation de la droite (AB) est : $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

L'équation de la droite (CD) est de la forme $y = ax + b$ telle que :

$$a = \frac{y_D - y_C}{x_D - x_C} = \frac{1-(-1)}{9-1} = \frac{1+1}{8} = \frac{2}{8} = \frac{\boxed{2}\times 1}{\boxed{2}\times 4} = \frac{1}{4}$$

L'expression cherchée est de la forme $y = \frac{1}{4}x + b$.

Or $D \in (CD)$ donc :

$$y_D = \frac{1}{4}x_D + b \iff 1 = \frac{1}{4}\times 9 + b \iff 1 = \frac{9}{4} + b \iff 1 - \frac{9}{4} = b \iff \frac{4}{4} - \frac{9}{4} = b \iff -\frac{5}{4} = b$$

L'équation de la droite (CD) est : $y = \frac{1}{4}x - \frac{5}{4}$.

Soit $I(x_I ; y_I)$ le point d'intersection des droites (AB) et (CD). Ainsi :

$$\begin{cases} y_I = \frac{1}{2}x_I + \frac{3}{2} \\ y_I = \frac{1}{4}x_I - \frac{5}{4} \end{cases} \iff \frac{1}{2}x_I + \frac{3}{2} = \frac{1}{4}x_I - \frac{5}{4}$$

$$\iff \frac{1}{2}x_I - \frac{1}{4}x_I = -\frac{5}{4} - \frac{3}{2}$$

$$\iff \frac{2}{4}x_I - \frac{1}{4}x_I = -\frac{5}{4} - \frac{6}{4}$$

$$\iff \frac{1}{4}x_I = -\frac{11}{4}$$

$$\iff \frac{1}{4}x_I \times 4 = -\frac{11}{4}\times 4$$

$$\iff x_I = -11.$$

Pour trouver y_I, on utilise au choix l'équation d'une des deux droites :

- avec la droite (AB) : $y_I = \frac{1}{2}x_I + \frac{3}{2} = \frac{1}{2}\times(-11) + \frac{3}{2} = -\frac{11}{2} + \frac{3}{2} = -\frac{8}{2} = -4$
- avec la droite (CD) : $y_I = \frac{1}{4}x_I - \frac{5}{4} = \frac{1}{4}\times(-11) - \frac{5}{4} = -\frac{11}{4} - \frac{5}{4} = -\frac{16}{4} = -4$

Les coordonnées du point d'intersection sont :

$I(-11 ; -4)$.

La Merci
MONTPELLIER